

# “Probabilità di eventi non classici: fondamenti logici e applicazioni”

Relazione Scientifica sull'attività svolta nell'ambito dell'assegno di ricerca - Anno 2015

Pietro Codara

**Nominativo dell'assegnista di ricerca:** Pietro Codara

**Titolo dell'assegno di ricerca:** Probabilità di eventi non classici: fondamenti logici e applicazioni.

**Docente referente:** Ottavio D'Antona

**Relazione relativa al periodo da** 1/1/2015 **a** 31/12/2015

## 1. Obiettivi della ricerca previsti per il biennio:

Nel secondo biennio del progetto di ricerca ci si proponeva di procedere prevalentemente su due fronti. Citiamo, dalla proposta di rinnovo presentata nell'anno 2013:

«**(A)** Proseguiranno gli studi sulla logica NM, con l'obiettivo di aggiungere nuovi risultati a quanto finora ottenuto e sottoporre i risultati a una rivista scientifica. **(B)** L'attività di ricerca sulle strutture combinatorie menzionate in precedenza [particolari tipologie di grafi Euleriani] è particolarmente promettente. Dal lavoro recentemente pubblicato sulla rivista “Electronic Notes in Discrete Mathematics” [4] intendiamo ottenere altri, nuovi, interessanti risultati, avvalendoci anche della collaborazione di alcuni docenti del Dipartimento di Matematica del Politecnico di Milano. **(C)** Di grande interesse sembrano essere i risultati ottenuti nello studio di alcune strutture combinatorie in grado di modellare particolari generalizzazioni dei numeri di Bell e dei numeri di Stirling (generalizzazioni nate in ambito fisico, nel tentativo di fornire una soluzione a un problema noto come “Boson normal ordering problem”). Lo studio di queste ultime problematiche ha permesso l'instaurarsi di una collaborazione con il Prof. Pavol Hell (Simon Fraser University, Canada). **(D)** Dal mese di settembre inizierà l'implementazione dell'applicazione per la simulazione di interazioni allibratore/scommettitore in un ambiente non-classico, sulla base del progetto teorico che è andato delineandosi nel primo periodo di attività in seguito agli studi effettuati, ai risultati ottenuti e alle collaborazioni e conversazioni con i membri dei progetti di ricerca di cui faccio parte. Nei prossimi mesi, quando si entrerà nel vivo della fase implementativa, avremo occasione di verificare l'effettiva realizzabilità di quanto osservato. Gli obiettivi proposti per il secondo biennio di attività sono i seguenti.

- 1) Test e messa in produzione dell'applicazione per la simulazione di interazioni allibratore/scommettitore in un ambiente non-classico, in cui gli eventi sono descritti da proposizioni della logica di Łukasiewicz, per avviare quindi una fase di sperimentazione in cui raccogliere feedback degli utenti e statistiche di utilizzo. I risultati ottenuti saranno utili per ulteriori studi sul concetto di probabilità nelle logiche polivalenti.
- 2) Proseguimento dello studio di vari aspetti teorici legati ad alcune logiche polivalenti basate su T-norme, rimanendo all'interno della famiglia delle estensioni schematiche della logica MTL. Si intende inoltre ottenere altri risultati nell'ambito del trattamento di informazioni incerte, anche non strettamente legate alle informazioni vaghe descrivibili da logiche polivalenti. »

## 2. Risultati ottenuti nell'anno 2015:

Nella descrizione dei risultati ottenuti nel biennio, si seguirà lo schema suggerito dal precedente paragrafo, in cui vengono individuati, nell'ordine, i sotto-obiettivi **(A)**, **(B)**, **(C)** e **(D)**. I sotto-obiettivi **(B)** e **(C)** sono da ritenersi indipendenti, mentre **(A)** e **(D)** sono direttamente correlati agli obiettivi principali 2) e 1), rispettivamente.

- (A)** E' stato studiato il concetto di valutazione nelle NM-algebre, controparte algebrica della logica NM. Dopo aver verificato che una particolare valutazione, nota come caratteristica di Eulero, non è in grado di portare informazioni logiche significative, si è introdotta una particolare variante di questa valutazione, denominata caratteristica Idempotente di Eulero. Oltre a fornire una tecnica per il calcolo della caratteristica Idempotente di Eulero nelle algebre NM, è stato dimostrato che questa valutazione, calcolata sulle algebre, è in grado di fornire informazioni logiche significative. Le tecniche utilizzate sono state inoltre utili all'ottenimento di risultati analoghi per la logica NM-. (Prodotti di queste ricerche: intervento a conferenza internazionale, pubblicazione [9]).
- (B)** Sono state studiate alcune particolari generalizzazioni dei numeri di Fibonacci e Lucas, derivate dalle potenze di cammini e cicli, rispettivamente. E' stata ottenuta una formula per il numero di lati del diagramma di Hasse degli insiemi indipendenti di potenze di cammini, ordinati per inclusione. Per  $h = 1$  tale diagramma è chiamato cubo di Fibonacci. Per  $h > 1$  si ottiene la generalizzazione desiderata del cubo di Fibonacci. Abbiamo così ricavato una nozione generalizzata di sequenza di Fibonacci, chiamata sequenza h-Fibonacci. In seguito, è stato dimostrato che il numero di lati di un cubo di Fibonacci generalizzato può essere ottenuto mediante convoluzione di una sequenza di h-Fibonacci con sé stessa. Nel caso dei cicli è stato valutato il numero di lati del diagramma Hasse degli insiemi indipendenti di potenze di cicli, ordinati per inclusione. Per  $h = 1$  tale diagramma è chiamato cubo di Lucas e per  $h > 1$  si ottiene una generalizzazione del cubo di Lucas. Si deriva quindi una versione generalizzata della sequenza di Lucas, detta sequenza h-Lucas. Abbiamo infine dimostrato che il numero di lati di un cubo Lucas generalizzato è ottenuto da una appropriata convoluzione di una sequenza h-Fibonacci con una sequenza h-Lucas. (Prodotti di queste ricerche: pubblicazione [1]).
- (C)** L'attività di ricerca relativa a questo punto è stata chiusa nell'anno 2014.
- (D)** Lo sviluppo dell'applicazione descritta nel precedentemente paragrafo è stato abbandonato. Si è deciso, infatti, di pensare a un'applicazione differente con analoghe finalità dal punto di vista teorico, ma che fosse in grado di mettere maggiormente in evidenza la capacità di una particolare logica polivalente, nota come logica di Łukasiewicz, di esprimere con esattezza una precisa tipologia di informazione vaga. La nuova applicazione consiste in un database di automobili interrogabile con formule pure della logica. Lo sviluppo di tale applicazione è stato prevalentemente seguito dal Dott. Valota, con la mia collaborazione, oltre che con la collaborazione di altri ricercatori di questa Università e dell'Università degli Studi dell'Insubria. (Prodotti di queste ricerche: applicazione disponibile via web, intervento a conferenza internazionale, pubblicazione [8]).

Diversi altri obiettivi di ricerca sono stati elaborati nell'ultimo anno di attività. Alcuni risultati, relativi principalmente all'obiettivo principale 2) ed agli aspetti teorici coinvolti in 1), sono già stati raggiunti (si vedano [28],[29], oltre agli interventi a conferenza citati nel successivo paragrafo).

Su altre tematiche stiamo ancora lavorando e almeno altri quattro articoli di ricerca sono in fase di elaborazione.

### **3. Attività svolte:**

Oltre a quanto elencato nel successivo paragrafo (articoli pubblicati), sono state svolte le seguenti attività.

#### Interventi a conferenze internazionali:

- Querying with Łukasiewicz Logic. IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE) 2015, Istanbul, Turkey, 2015
- Products in the category of forests and p-morphisms via Delannoy paths on Cartesian products. Topology, Algebra, and Categories in Logic (TACL) 2015, Ischia, Italy, 2015.
- Valuations in Nilpotent Minimum Logic. 45th IEEE International Symposium on Multiple-Valued Logic (ISMVL) 2015, Waterloo, Canada, 2015.

#### Partecipazione a progetti di ricerca:

- *SYSMICS - Syntax meets Semantics: Methods, Interactions, and Connections in Substructural logics*, H2020-MSCA-RISE-2015
- *Logical methods of information management*, MIUR PRIN 2010-2011, 2010FP79LR
- *MaToMUVI: Mathematical Tools for Managing Uncertain and Vague Information*, FP7-PEOPLE-2009-IRSES
- *Probability theory of non-classical events*, FIRB - Futuro in ricerca 2010, RBF10DGUA

#### Redazione di progetti di ricerca:

- Proposta *H2020-MSCA-IF-2015, SEP-210309160* (in fase di revisione)

#### Organizzazione di conferenze internazionali:

- FUZZ-IEEE 2016, 25-29 luglio 2016, Vancouver, Canada (Membro del comitato di programma e organizzatore di una special session)
- FUZZ-IEEE 2015, 2-5 agosto 2015, Istanbul, Turchia (Membro del comitato di programma e organizzatore di una special session)

#### Attività editoriali:

- Reviewer per la rivista Journal of Graph Theory
- Reviewer per la rivista European Journal of Combinatorics
- Reviewer per la rivista Expert Systems with Applications

#### Attività didattiche:

- Anno 2015: Programmazione I – Laboratorio (2x36 ore), Corso di laurea in Matematica, Università degli Studi di Milano

#### Attività di relatore:

- F. Schiavio: Linguaggi liberi dal contesto tramite matrici di Dyck, Tesi di laurea magistrale in Informatica, Università degli Studi di Milano, 2015. Relatore: O. M. D'Antona. Correlatori: P. Codara, G. Pighizzini.
- M. Bulliani: Dal C al MIPS: un simulatore per la didattica, Tesi di diploma universitario in Informatica, Università degli Studi di Milano, 2015. Relatore: O. M. D'Antona. Correlatore: P. Codara.

#### Attività di tutoraggio:

- Tutor per numerosi tirocini presso il laboratorio LIN.COM di Linguaggi e Combinatoria.

#### Commissioni d'esame:

- Programmazione 1, Corso di Laurea in Matematica, Università degli Studi di Milano.
- Teoria dei Grafi, Corso di Laurea in Informatica, Università degli Studi di Milano.

#### Affiliazioni accademiche:

- *AILA, Associazione Italiana di Logica e sue Applicazioni*
- *INDAM-GNSAGA, Istituto Nazionale di Alta Matematica "F. Severi" - Gruppo Nazionale per le Strutture Algebriche, Geometriche e le loro Applicazioni*
- *MathFuzzLog, EUSFLAT working group on Mathematical Fuzzy Logic*
- *GRIN, Gruppo di Informatica*
- *IEEE*

#### **4. Prodotti della ricerca conseguiti:**

Nell'anno 2015 sono stati accettati per la pubblicazione i seguenti lavori di ricerca.

Pubblicazioni su riviste internazionali: [1]

Pubblicazioni su atti di conferenze internazionali: [8], [9]

Abstract e note pubblicati in atti di conferenze: [28], [29]

#### **Bibliografia:**

##### Riviste internazionali

[1] P. Codara, O. M. D'Antona: Generalized Fibonacci and Lucas cubes arising from powers of paths and cycles. *Discrete Mathematics* 339, pp. 270-282, ISSN 0012-365X, DOI 10.1016/j.disc.2015.08.012. Elsevier (2016) In stampa.

[2] P. Codara, O. M. D'Antona, V. Marra: The logical content of triangular bases of fuzzy sets in Łukasiewicz infinite-valued logic. *Fuzzy Sets and Systems* 247, pp. 38-50, ISSN 0165-0114, DOI 10.1016/j.fss.2013.11.004. Elsevier (2014)

[3] P. Codara, O. M. D'Antona, P. Hell: A simple combinatorial interpretation of certain generalized Bell and Stirling numbers. *Discrete Mathematics* 318, pp. 53-57, ISSN 0012-365X, DOI 10.1016/j.disc.2013.11.010. Elsevier (2014)

[4] P. Codara, O. M. D'Antona: Independent subsets of powers of paths, and Fibonacci cubes. *Electronic Notes in Discrete Mathematics* 40, pp. 65-69, ISSN 1571-0653, DOI 10.1016/j.endm.2013.05.013. Elsevier (2013)

[5] P. Codara, O. M. D'Antona, V. Marra: Valuations in Gödel Logic, and the Euler Characteristic. *Journal of Multiple-Valued Logic and Soft Computing* 19(1-3), pp. 71-84, ISSN 1542-3980. Old City Publishing (2012)

[6] P. Codara, O. M. D'Antona, V. Marra: An Analysis of Ruspini Partitions in Gödel Logic. *International Journal of Approximate Reasoning* 50(6), pp. 825-836, ISSN 0888-613X, DOI 10.1016/j.ijar.2009.02.007. Elsevier (2009)

#### Contributi in volume

[7] P. Codara: Partitions of a Finite Partially Ordered Set. In: *From Combinatorics to Philosophy: The Legacy of G.-C. Rota*, pp. 45-59, ISBN 9780387887524, DOI 10.1007/978-0-387-88753-1\_4. Springer US, New York (2009)

#### Atti di conferenze internazionali

[8] S. Aguzzoli, P. Codara, D. Valota, T. Flaminio, B. Gerla: Querying with Łukasiewicz Logic. *IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE) 2015*, pp.1-8, ISBN 9781467374286, DOI 10.1109/FUZZ-IEEE.2015.7338061. (2015)

[9] P. Codara, D. Valota: Valuations in Nilpotent Minimum Logic. *45th IEEE International Symposium on Multiple-Valued Logic (ISMVL) 2015*, pp. 90-95, ISSN 0195-623X, DOI 10.1109/ISMVL.2015.19. (2015)

[10] P. Codara: On the Structure of Indiscernibility Relations Compatible with a Partially Ordered Set. In: L. Rutkowski et al. (eds.) *ICAISC 2012, Part II, LNCS (LNAI)*, vol. 7268, pp. 47-55, ISBN 9783642293498, DOI 10.1007/978-3-642-29350-4\_6. Springer, Heidelberg (2012)

[11] P. Codara: Indiscernibility relations on partially ordered sets. *IEEE International Conference on Granular Computing (GrC) 2011*, pp. 150-155, ISBN 9781457703720, DOI 10.1109/GRC.2011.6122584. (2011)

[12] S. Bova, P. Codara, D. Maccari, V. Marra: A Logical Analysis of Mamdani-type Fuzzy Inference, II. An Experiment on the Technical Analysis of Financial Markets. *IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE) 2010*, pp. 262-269, ISSN 1098-7584, ISBN 9781424469192, DOI 10.1109/FUZZY.2010.5584834. (2010)

[13] S. Bova, P. Codara, D. Maccari, V. Marra: A Logical Analysis of Mamdani-type Fuzzy Inference, I. Theoretical Bases. *IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE) 2010*, pp. 254-261, ISSN 1098-7584, ISBN 9781424469192, DOI 10.1109/FUZZY.2010.5584830. (2010)

[14] P. Codara, O. M. D'Antona, V. Marra: The Euler Characteristic of a Formula in Gödel Logic. *40th IEEE International Symposium on Multiple-Valued Logic (ISMVL) 2010*, pp. 108-112, ISSN 0195-623X, ISBN 9781424467525, DOI 10.1109/ISMVL.2010.28. (2010)

[15] P. Codara, O. M. D'Antona, V. Marra: A Characterisation of Bases of Triangular Fuzzy Sets. *IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE) 2009*, pp. 604-609, ISSN 1098-7584, ISBN 9781424435968, DOI 10.1109/FUZZY.2009.5277272. (2009)

[16] P. Codara, O. M. D'Antona, V. Marra: Open Partitions and Probability Assignments in Gödel Logic. In: C. Sossai, G. Chemello (eds.) *ECSQARU 2009, LNCS (LNAI)*, vol. 5590, pp. 911-922, ISBN 9783642029059, DOI 10.1007/978-3-642-02906-6\_78. Springer, Heidelberg (2009)

[17] P. Codara, O. M. D'Antona, V. Marra: Best Approximation of Ruspini Partitions in Gödel Logic. In: K. Melloudi (ed.) ECSQARU 2007, LNCS (LNAI), vol. 4724, pp. 161-172, ISBN 9783540752554, DOI 10.1007/978-3-540-75256-1\_17. Springer, Heidelberg (2007)

[18] P. Codara, O. M. D'Antona, V. Marra: Propositional Gödel Logic and Delannoy Paths. IEEE International Fuzzy Systems Conference (FUZZ-IEEE) 2007, pp. 1-5, ISSN 1098-7584, ISBN 1424412099, DOI 10.1109/FUZZY.2007.4295542. (2007)

#### Atti di conferenze nazionali

[19] P. Codara, O. M. D'Antona: Investigating independent subsets of graphs, with Mathematica. Mathematica Italia User Group Meeting (UGM) 2013, ISBN 9788896810033. (2013)

[20] P. Codara, O. M. D'Antona, F. Marigo, C. Monti: Making simple proofs simpler. Mathematica Italia User Group Meeting (UGM) 2013, ISBN 9788896810033. (2013)

[21] P. Codara, O. M. D'Antona, D. Filaretti: Building bricks with bricks, with Mathematica. Mathematica Italia User Group Meeting (UGM) 2011, ISBN 9788896810026. (2011)

[22] P. Codara: A Mathematica package to cope with partially ordered sets. Mathematica Italia User Group Meeting (UGM) 2010, ISBN 9788896810002. (2010)

[23] P. Codara, O. M. D'Antona, E. Munarini: Mathematica sa fare le somme?. Mathematica Italia User Group Meeting (UGM) 2010, ISBN 9788896810002. In italiano. (2010)

#### Traduzione di volumi

[24] A. Silberschatz, P. B. Galvin, G. Gagne: Sistemi Operativi. Concetti ed esempi. Nona edizione italiana, ISBN 9788865183717. Pearson Italia (2014)

[25] A. S. Tanenbaum, T. Austin: Architettura dei calcolatori. Un approccio strutturale. Sesta edizione italiana, ISBN 9788871929620. Pearson Italia (2013)

[26] W. Stallings: Architettura e organizzazione dei calcolatori. Progetto e prestazioni. Ottava edizione italiana, ISBN 9788871925974. Pearson Education Italia (2010)

[27] A. Silberschatz, P. B. Galvin, G. Gagne: Sistemi Operativi. Concetti ed esempi. Ottava edizione italiana, ISBN 9788871925691. Pearson Education Italia (2009)

#### Preprint e abstract (selezione)

[28] D. Valota, P. Codara: Toward a Formal Concept Semantics for Gödel Logic. TbiLLC, Tbilisi, Georgia. (2015)

[29] D. Valota, P. Codara: Formal Concept of Gödel Logic formulas. Trends in Logic XV, 2015: Logics for Social Behaviour, Delft, The Netherlands. (2015)

[30] P. Codara, O. M. D'Antona, M. Genuzio: Eulerian digraphs and Dyck words, a bijection. GASCom 2014, 9th edition, Bertinoro, Italy. arXiv:1407.2461 [cs.DM] (2014)

[31] P. Codara, O. M. D'Antona: On the independent subsets of powers of paths and cycles. arXiv:1210.5561 [cs.DM], 2012

Rapporti tecnici

[32] P. Codara: Enumerazione di morfismi tra classi di MV insiemi. Rapporto interno 02-04. Dipartimento di Informatica e Comunicazione, Università degli Studi di Milano (2004)

La presente relazione, non contiene dati sensibili e dati giudiziari di cui all'art. 4, comma 1, lettere d) ed e) del D.Lgs. 30.6.2003 n. 196.  
*Si autorizza la pubblicazione della relazione annuale sul sito web del Dipartimento.*

Firmato(In Stampatello) NOME .....COGNOME.....

Il Responsabile Scientifico

L' Assegnista di Ricerca

---

(Firma)

---

(Firma)