

Probabilità di eventi non classici: fondamenti logici e applicazioni. (Relazione finale 2012/2013)

Pietro Codara

Dipartimento di Informatica
Università degli Studi di Milano
Italy
codara@di.unimi.it

Sommario

Relazione finale 2012/2013. “Accordo per lo sviluppo del capitale umano nel sistema universitario lombardo” — Dote Ricerca. Relazione finale dell’attività di ricerca.

1 Obiettivi iniziali del progetto

Il progetto riguarda lo studio della teoria della probabilità di eventi descritti da proposizioni espresse in logiche non classiche. La teoria della probabilità classica si occupa di eventi booleani (due soli possibili esiti: SI o NO). Sostituire alla logica classica una logica non classica più debole equivale a considerare eventi più generali. La domanda che sorge è: “è possibile sviluppare una trattazione matematica significativa della teoria della probabilità di tali eventi?”. Lo scopo principale di questo progetto è di supportare, sia negli aspetti teorici che in quelli empirici, una risposta affermativa a questa domanda. La nostra attenzione si restringe su alcune logiche polivalenti basate su T-norme. In particolare, il progetto si concentra su una significativa selezione delle estensioni schematiche di MTL (la logica di tutte le T-norme continue a sinistra), tra cui, ad esempio, le logiche note come BL, Lukasiewicz, Gödel, Nilpotent Minimum e Weak Nilpotent Minimum. Per tutto il progetto si segue l’approccio soggettivo alla probabilità dovuto a Bruno de Finetti. Secondo de Finetti, la probabilità di un evento è un grado soggettivo di credenza (una ‘previsione’). Come espressamente richiesto dalla tematica del bando, la componente principale del progetto riguarda lo sviluppo di un software per simulare un’interazione allibratore-scommettitore. I punti sviluppati nel disegno dell’applicazione coinvolgeranno diversi aspetti teorici, tra i quali l’assiomatizzazione della probabilità di eventi descritti da formule di estensioni schematiche di MTL sufficientemente note, la nozione di coerenza delle assegnazioni di probabilità, la probabilità condizionata, la semantica intesa delle logiche polivalenti.

2 Attività svolte nel corso del progetto

L’attività del primo semestre (1/1/2012-30/6/2012) ha riguardato lo studio di aspetti teorici legati ai temi del progetto. Lo studio individuale è stato rivolto ad alcuni recenti lavori sulla probabilità di eventi non classici, descritti da proposizioni di logiche polivalenti e alla partecipazione a seminari all’interno del Logic Seminar ([s8]). Ho inoltre partecipato alla conferenza internazionale ICAISC 2012 ([s7]), nella quale sono trattate le principali tematiche legate all’intelligenza artificiale e al soft computing, tra cui le logiche polivalenti (o fuzzy). Parte della ricerca svolta nel semestre ha riguardato lo studio combinatorio di strutture strettamente correlate a ben note logiche polivalenti basate su t-norme. Particolare attenzione è stata rivolta allo studio di insiemi parzialmente ordinati finiti. Tale attività di ricerca prosegue ormai da diversi anni ed è stata argomento della mia tesi di dottorato. Tra i risultati ottenuti in questo ambito negli anni passati metto in evidenza il lavoro Open Partitions and Probability Assignments in Gödel Logic, pubblicato su LNCS, vol. 5590, pp. 911-922 nell’anno 2009: tale articolo mostra lo stretto legame tra la categoria degli insiemi parzialmente ordinati e mappe aperte e la logica polivalente nota come logica

di Gödel, con particolare riferimento allo studio della probabilità di eventi descritti da questa logica. Gli studi sviluppati in questo semestre hanno permesso di scoprire alcuni importanti legami tra partizioni di insiemi parzialmente ordinati e relazione di indiscernibilità, nozione che sta alla base della teoria dei rough set. Questa intuizione ha portato alla stesura dell'articolo [c1] e alla relativa presentazione di un poster ([p5]) alla conferenza ICAISC.

L'attività di ricerca in questi ambiti è sfociata in ulteriori tematiche. Nel condurre ricerche su alcune famiglie di insiemi parzialmente ordinati sono state osservate delle proprietà valide per strutture più generali e più deboli: i grafi. Abbiamo dunque deciso di proseguire anche questo filone di ricerca, rivolgendo la nostra attenzione su particolari famiglie di grafi e focalizzandoci sui concetti di sottoinsieme stabile e partizione stabile di un grafo. Le ricerche sui sottoinsiemi stabili di un grafo hanno portato ad un lavoro sottoposto alla conferenza internazionale di combinatoria Combinatorics 2012. Gli studi sulle partizioni indipendenti sono stati oggetto della tesi di laurea [t2]. Infine, nel semestre sono stati studiati alcuni aspetti di una logica polivalente nota come logica di Lukasiewicz. In particolare, analogamente a quanto fatto in passato per altre logiche non classiche, si è cercato di osservare la capacità della logica di Lukasiewicz di esprimere certe proprietà desiderabili degli insiemi fuzzy abitualmente utilizzati, ad esempio, in ambito ingegneristico per il progetto di sistemi di controllo fuzzy. Questi studi hanno permesso di capire che la logica di Lukasiewicz non ha abbastanza potere espressivo per catturare esattamente quelle famiglie di insiemi fuzzy note come basi triangolari, ma che riesce tuttavia a descriverle con buona approssimazione. Nel corso del semestre ho preso parte al progetto di ricerca FIRB [r3], che verte anche su tematiche analoghe a quelle da me affrontate.

L'attività del secondo semestre (1/7/2012 - 31/12/2012) ha riguardato principalmente, ma non esclusivamente, lo studio di aspetti teorici. Nel corso del semestre ho partecipato a diversi seminari all'interno del Logic Seminar e alla conferenza internazionale Combinatorics 2012 ([s6]), nella quale sono trattate diverse tematiche nell'ambito della combinatoria. Le ricerche sui sottoinsiemi stabili condotte nel primo semestre hanno portato ad un lavoro accettato per la presentazione alla conferenza Combinatorics 2012 e da me presentato in questo semestre ([p4]). Ulteriori studi hanno portato alla stesura di una versione preliminare dei lavori [c2,c3,w1], alla versione finale dell'articolo [j3] e ad un lavoro sull'uso di Mathematica nella costruzione di biezioni per partizioni stabili di alcune famiglie di grafi. Anche nel secondo semestre è stata data particolare attenzione ad alcuni aspetti delle logiche polivalenti. Un frutto della ricerca è [j2]. E' stato inoltre pubblicato [j4], articolo in cui viene studiato il concetto di caratteristica di Eulero, e più in generale di valutazione, sulle algebre della logica di Gödel, al fine di coglierne il significato logico. In collaborazione con D. Valota, dottorato in Informatica in questa università, ho iniziato studi analoghi per il caso della logica NM. Nel semestre sono entrato a far parte del progetto europeo MaToMUVI ([r2]), coordinato dal Dr. L. Spada dell'Università degli Studi di Salerno. In questo semestre è stato avviato un confronto con i membri del progetto FIRB in merito allo sviluppo di un'applicazione per la simulazione di interazioni allibratore/scommettitore in un ambiente non-classico, dove cioè gli eventi sono vaghi, ma descrivibili da proposizioni di qualche logica polivalente. E' stato inoltre ultimato il progetto preliminare del portale web che ospiterà l'applicazione, in collaborazione con un laureando che effettua il suo tirocinio sotto la mia supervisione.

L'attività del terzo semestre (1/1/2013 - 30/06/2013) ha riguardato sia gli aspetti teorici legati alle tematiche del progetto, sia gli aspetti applicativi. Fino alla metà del mese di febbraio, l'attività di ricerca si è concentrata sulla logica NM. Si è cercato, in particolare, di proseguire gli studi iniziati in precedenza sulla caratteristica di Eulero delle algebre di questa logica e su altre valutazioni (particolari funzioni che assegnano numeri reali agli elementi dell'algebra) in grado di fornire informazioni di carattere logico sugli elementi di queste algebre. Nello stesso periodo è proseguito lo sviluppo del portale web destinato ad ospitare l'applicazione per la simulazione di interazioni allibratore/scommettitore sopra citata. Prima di ospitare l'applicazione, il portale sarà attivo per favorire l'interazione con i membri del progetto di ricerca FIRB. Dalla metà di febbraio alla metà del mese di aprile l'attività di ricerca e formazione è stata svolta presso l'Universidade Federal da Bahia, a Salvador, Bahia, Brasile, dove sono stato ospite in qualità di ricercatore visitante nell'ambito del progetto europeo MaToMUVI. Durante la visita di ricerca ho collaborato con il gruppo locale di ricerca in Logic, Topology and Set Theory, frequentando alcuni seminari e tenendo un seminario dal titolo Euler Characteristic in Gödel and Nilpotent Minimum Logics ([p3]), sui risultati raggiunti nello studio della caratteristica di Eulero nella logica NM comparati ad analoghi risultati per la logica di Gödel. Per tutto il periodo ho inoltre proseguito le ricerche su alcune strutture combinatorie (in particolare, su alcune famiglie di insiemi parzialmente ordinati e di grafi diretti Euleriani) iniziate nello scorso semestre, ed ho proseguito lo sviluppo in Mathematica di

applicazioni per lo studio di sottoinsiemi indipendenti e partizioni stabili di queste strutture. Nell'ambito della visita di ricerca ho inoltre partecipato all'evento World Congress and School on Universal Logic (UNILOG) 2013 ([s3,s4]), dove sono stato relatore, esponendo un lavoro dal titolo On Valuations in Gödel and Nilpotent Minimum Logics ([p2]). Nei mesi successivi si è concluso lo sviluppo del portale web ([o1,t1]) ed è stato ultimato un primo progetto teorico dell'applicazione per la simulazione di interazioni allibratore/scommettitore in un ambiente non-classico ([o2]). La partecipazione al progetto FIRB ha reso possibile, tra l'altro, la soluzione di diversi problemi teorici relativi all'implementazione di un controllo di coerenza sulle quote, da inserire nell'applicazione, grazie ad incontri periodici e al confronto con alcuni membri su queste tematiche. Inoltre, è stata portata a termine l'implementazione delle applicazioni Mathematica. Queste ultime sono state presentate da me e da C. Monti, neolaureato presso questa Università, al Mathematica Italia User Group Meeting 2013 nei due interventi dai titoli Investigating independent subsets of graphs, with Mathematica [p1] e Making simple proofs simpler. Entrambi i lavori sono stati pubblicati sugli atti del congresso ([c2,c3]). Tra le altre attività svolte nel semestre ho partecipato a diversi seminari del del Logic Seminar, tre dei quali, tenuti dal Dott. V. Marra, hanno affrontato tematiche strettamente correlate al progetto di ricerca proposto. Ho inoltre partecipato alla conferenza in memoria di Aurelio Carboni ([s1]), che si è tenuta presso il Dipartimento di Matematica e ha trattato svariati temi relativi alla teoria delle categorie. Infine, è iniziata in questo semestre l'attività del progetto PRIN Metodi logici per il trattamento dell'informazione ([r1]), di cui sono membro.

Nel quarto e ultimo semestre di attività (1/7/2013 - 31/12/2013) sono stati portati a termine i lavori [j1] e [j2]. Per quanto riguarda [j2], è stata completata la revisione finale ed ora l'articolo è definitivamente accettato e in corso di pubblicazione. L'attività di ricerca sulle strutture combinatorie menzionate in precedenza ha avuto ulteriori sviluppi. Di grande interesse si sono rivelati i risultati ottenuti nello studio di alcune strutture combinatorie in grado di modellare particolari generalizzazioni dei numeri di Bell e dei numeri di Stirling (generalizzazioni nate in ambito fisico, nel tentativo di fornire una soluzione a un problema noto come Boson normal ordering problem). Lo studio di queste ultime problematiche ha permesso l'instaurarsi di una collaborazione con il Prof. Pavol Hell (Simon Fraser University, Canada). Questa collaborazione ha portato alla stesura dell'articolo di ricerca [j1], sottoposto alla sezione notes della rivista scientifica Discrete Mathematics. Ad oggi, l'articolo è stato accettato in forma definitiva ed è in corso di pubblicazione.

Segue un elenco delle attività svolte in questo biennio, suddivise per categoria. I riferimenti alle pubblicazioni sono elencati nel paragrafo successivo (risultati ottenuti).

2.1 Altre attività

- [o1] Sviluppo portale web per favorire l'interazione con i membri del progetto di ricerca FIRB. Il portale ospiterà l'applicazione per la simulazione di interazioni allibratore/scommettitore in un ambiente "non-classico".
- [o2] Studio e progetto dell'applicazione per la simulazione di interazioni allibratore/scommettitore in un ambiente "non-classico".

2.2 Partecipazione a progetti di ricerca

- [r1] Metodi logici per il trattamento dell'informazione, MIUR PRIN 2010-2011, 2010FP79LR. Coordinatore: Antonio Di Nola, Università degli Studi di Salerno.
- [r2] MaToMUVI: Mathematical Tools for Managing Uncertain and Vague Information, FP7-PEOPLE-2009-IRSES. Coordinatore: Luca Spada, Università degli Studi di Salerno.
- [r3] Teoria delle probabilità di eventi non classici, FIRB - Futuro in ricerca 2010, RBF10DGUA. Coordinatore: Vincenzo Marra, Università degli Studi di Milano.

2.3 Attività di ricerca e formazione presso istituti stranieri

- [f1] Dal 12/02/2013 al 11/04/2013: ricercatore visitante presso l'Instituto de Matemática, Universidade Federal da Bahia, Salvador, Bahia, Brasile, nell'ambito del progetto di ricerca MaToMUVI, FP7-PEOPLE-2009-IRSES.

2.4 Partecipazione a convegni, scuole, seminari (selezione)

- [s1] 24-26 giugno 2013: Conference in Memory of Aurelio Carboni, Dipartimento di Matematica, Università degli Studi di Milano
- [s2] 31 maggio 2013: Mathematica Italia User Group Meeting (UGM) 2013, Bologna
- [s3] 3-7 aprile 2013: World Congress on Universal Logic, UNILOG'2013, Rio de Janeiro, Brasile
- [s4] 29 marzo-2 aprile 2013: World School on Universal Logic, UNILOG'2013, Rio de Janeiro, Brasile
- [s5] Febbraio/marzo 2013: seminari organizzati dal gruppo di ricerca in Logic, Topology and Set Theory, Universidade Federal da Bahia, Salvador, Bahia, Brasile
- [s6] 9-15 settembre 2012: Combinatorics 2012, Perugia
- [s7] 29 aprile - 3 maggio 2012: International Conference on Artificial Intelligence and Soft Computing (ICAISC) 2012, Zakopane, Polonia
- [s8] 2012/2013: seminari del Logic Seminar, organizzato congiuntamente dall'Università degli Studi di Milano e dall'Università degli Studi dell'Insubria
- [s9] 2012/2013: incontri organizzati nell'ambito del progetto FIRB

2.5 Attività di relatore

- [t1] Correlatore della tesi di laurea in Informatica: C. Motta: Un'architettura web per la gestione collaborativa di un progetto di ricerca, 2013
- [t2] Correlatore della tesi di laurea in Informatica: A. Ceroni: Le partizioni stabili di alcune famiglie di grafi, 2012

3 Risultati ottenuti

I risultati ottenuti in questo biennio sono stati pubblicati, o sono in corso di pubblicazione, su riviste internazionali e atti di conferenze. In questo paragrafo viene presentato un elenco delle pubblicazioni, suddivise per categoria, e degli interventi a conferenza. Per una breve descrizione del contenuto delle pubblicazioni si rimanda al precedente paragrafo.

3.1 Pubblicazioni: riviste internazionali

- [j1] P. Codara, O. M. D'Antona, P. Hell: A simple combinatorial interpretation of certain generalized Bell and Stirling numbers. *Discrete Mathematics* (2013). In press.
- [j2] P. Codara, O. M. D'Antona, V. Marra: The logical content of triangular bases of fuzzy sets in Lukasiewicz infinite-valued logic. *Fuzzy Sets and Systems*(2013). In press.
- [j3] P. Codara, O. M. D'Antona: Independent subsets of powers of paths, and Fibonacci cubes. *Electronic Notes in Discrete Mathematics* 40, pp. 65-69, ISSN 1571-0653 (2013)
- [j4] P. Codara, O. M. D'Antona, V. Marra: Valuations in Gödel Logic, and the Euler Characteristic. *Journal of Multiple-Valued Logic and Soft Computing* 19(1-3), pp. 71-84, ISSN 1542-3980 (2012)

3.2 Pubblicazioni: atti di conferenze

- [c1] P. Codara: On the Structure of Indiscernibility Relations Compatible with a Partially Ordered Set. In: L. Rutkowski et al. (eds.) ICAISC 2012, Part II, LNCS (LNAI), vol. 7268, pp. 47-55, ISBN 9783642293498 (2012)
- [c2] P. Codara, O. M. D'Antona: Investigating independent subsets of graphs, with Mathematica. *Mathematica Italia User Group Meeting 2013*, ISBN 9788896810033 (2013)
- [c3] P. Codara, O. M. D'Antona, F. Marigo, C. Monti: Making simple proofs simpler. *Mathematica Italia User Group Meeting 2013*, ISBN 9788896810033 (2013)

3.3 Preprint

- [w1] P. Codara, O. M. D’Antona: On the independent subsets of powers of paths and cycles. arXiv:1210.5561 [cs.DM], 2012

3.4 Interventi a conferenze/seminari

- [p1] Investigating independent subsets of graphs, with Mathematica; Mathematica UGM 2013, Bologna, 2013
- [p2] On Valuations in Gödel and Nilpotent Minimum Logics; World Congress and School on Universal Logic (UNILOG) 2013, Rio de Janeiro, Brasile, 2013
- [p3] Euler Characteristic in Gödel and Nilpotent Minimum Logics; Seminário Lógica, Conjuntos e Topologia, Instituto de Matemática, Universidade Federal da Bahia, Salvador, Bahia, Brasile, 2013
- [p4] The independent subsets of powers of paths and cycles; Combinatorics 2012, Perugia, 2012
- [p5] On the Structure of Indiscernibility Relations Compatible with a Partially Ordered Set; International Conference on Artificial Intelligence and Soft Computing (ICAISC) 2012, Zakopane, Polonia, 2012

4 Elenco completo delle pubblicazioni

Segue elenco completo delle pubblicazioni aggiornato al 31 dicembre 2013.

- Riviste internazionali: [1, 2, 3, 4, 5]
- Contributi in volume: [6]
- Atti di conferenze internazionali: [7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15]
- Atti di conferenze nazionali: [16, 17, 18, 19, 20]
- Preprint: [21]
- Tesi: [22, 23]

Riferimenti bibliografici

- [1] Pietro Codara, Ottavio M. D’Antona, and Pavol Hell. A simple combinatorial interpretation of certain generalized Bell and Stirling numbers. *Discrete Mathematics*, 318(1):53–57, 2014.
- [2] Pietro Codara, Ottavio M. D’Antona, and Vincenzo Marra. The logical content of triangular bases of fuzzy sets in Łukasiewicz infinite-valued logic. *Fuzzy Sets and Systems*, 2014. In press.
- [3] Pietro Codara and Ottavio M. D’Antona. Independent subsets of powers of paths, and Fibonacci cubes. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 40:65–69, 2013.
- [4] Pietro Codara, Ottavio M. D’Antona, and Vincenzo Marra. Valuations in Gödel Logic, and the Euler Characteristic. *Journal of Multiple-Valued Logic and Soft Computing*, 19(1-3):71–84, 2012.
- [5] Pietro Codara, Ottavio M. D’Antona, and Vincenzo Marra. An Analysis of Ruspini Partitions in Gödel Logic. *International Journal of Approximate Reasoning*, 50(6):825–836, 2009.
- [6] Pietro Codara. Partitions of a Finite Partially Ordered Set. In Ernesto Damiani, Ottavio D’Antona, Vincenzo Marra, and Fabrizio Palombi, editors, *From Combinatorics to Philosophy: The Legacy of G.-C. Rota*, pages 45–59. Springer US, New York, 2009. ISBN 9780387887524.
- [7] Pietro Codara. On the Structure of Indiscernibility Relations Compatible with a Partially Ordered Set. In L. Rutkowski, M. Korytkowski, R. Scherer, R. Tadeusiewicz, L. A. Zadeh, and J. M. Zurada, editors, *11th International Conference on Artificial Intelligence and Soft Computing, ICAISC 2012*, volume 7268 of *Lecture Notes in Computer Science (LNAI)*, pages 47–55, Heidelberg, 2012. Springer. ISBN 9783642293498.
- [8] Pietro Codara. Indiscernibility relations on partially ordered sets. In *2011 IEEE International Conference on Granular Computing, GrC 2011*, pages 150–155. IEEE, 2011. ISBN 9781457703720.

- [9] Simone Bova, Pietro Codara, Daniele Maccari, and Vincenzo Marra. A Logical Analysis of Mamdani-type Fuzzy Inference, II. An Experiment on the Technical Analysis of Financial Markets. In *2010 IEEE International Conference on Fuzzy Systems, FUZZ-IEEE 2010*, pages 262–269. IEEE, 2010. ISBN 9781424469192.
- [10] Simone Bova, Pietro Codara, Daniele Maccari, and Vincenzo Marra. A Logical Analysis of Mamdani-type Fuzzy Inference, I. Theoretical Bases. In *2010 IEEE International Conference on Fuzzy Systems, FUZZ-IEEE 2010*, pages 254–261. IEEE, 2010. ISBN 9781424469192.
- [11] Pietro Codara, Ottavio M. D’Antona, and Vincenzo Marra. The Euler Characteristic of a Formula in Gödel Logic. In *40th IEEE International Symposium on Multiple-Valued Logic, ISMVL 2010*, pages 108–112. IEEE, 2010. ISBN 9781424467525.
- [12] Pietro Codara, Ottavio M. D’Antona, and Vincenzo Marra. A characterisation of bases of triangular fuzzy sets. In *2009 IEEE International Conference on Fuzzy Systems, FUZZ-IEEE 2009*, pages 604–609. IEEE, 2009. ISBN 9781424435968.
- [13] Pietro Codara, Ottavio M. D’Antona, and Vincenzo Marra. Open Partitions and Probability Assignments in Gödel Logic. In C. Sossai and G. Chemello, editors, *10th European Conference on Symbolic and Quantitative Approaches to Reasoning with Uncertainty, ECSQARU 2009*, volume 5590 of *Lecture Notes in Computer Science (LNAI)*, pages 911–922, Heidelberg, 2009. Springer. ISBN 9783642029059.
- [14] Pietro Codara, Ottavio M. D’Antona, and Vincenzo Marra. Best Approximation of Ruspini Partitions in Gödel Logic. In Khaled Mellouli, editor, *9th European Conference on Symbolic and Qualitative Approaches to Reasoning with Uncertainty, ECSQARU 2007*, volume 4724 of *Lecture Notes in Computer Science (LNAI)*, pages 161–172, Heidelberg, 2007. Springer. ISBN 978-3-540-75255-4.
- [15] Pietro Codara, Ottavio M. D’Antona, and Vincenzo Marra. Propositional Gödel Logic and Delannoy Paths. In *2007 IEEE International Fuzzy Systems Conference, FUZZ-IEEE 2007*. IEEE, 2007. ISBN 9781424412099.
- [16] Pietro Codara and Ottavio M. D’Antona. Investigating independent subsets of graphs, with Mathematica. In *Mathematica Italia User Group Meeting 2013: atti del convegno*, Arezzo, 2013. Adalta. ISBN 9788896810033.
- [17] Pietro Codara, Ottavio M. D’Antona, Francesco Marigo, and Corrado Monti. Making simple proofs simpler. In *Mathematica Italia User Group Meeting 2013: atti del convegno*, Arezzo, 2013. Adalta. ISBN 9788896810033.
- [18] Pietro Codara, Ottavio M. D’Antona, and Daniele Filaretti. Building bricks with bricks, with Mathematica. In *Mathematica Italia User Group Meeting 2011*, Arezzo, 2011. Adalta. ISBN 9788896810026.
- [19] Pietro Codara. A Mathematica package to cope with partially ordered sets. In *Mathematica Italia User Group Meeting 2010*, Arezzo, 2010. Adalta. ISBN 9788896810002.
- [20] Pietro Codara, Ottavio M. D’Antona, and Emanuele Munarini. Mathematica sa fare le somme? In *Mathematica Italia User Group Meeting 2010*, Arezzo, 2010. Adalta. ISBN 9788896810002.
- [21] Pietro Codara and Ottavio M. D’Antona. On the independent subsets of powers of paths and cycles. *arXiv:1210.5561 [cs.DM]*, 2012.
- [22] Pietro Codara. *A theory of partitions of partially ordered sets*. PhD in Mathematics and Statistics for Computational Sciences, Università degli Studi di Milano, November 2008.
- [23] Pietro Codara. Un ambiente di programmazione simbolica per lo studio di MV insiemi. Master’s thesis, Università degli Studi di Milano, February 2004.