

Studio di sottoinsiemi indipendenti di grafi, con Mathematica

Pietro Codara, Ottavio M. D'Antona

Dipartimento di Informatica, Università degli Studi di Milano
{codara,dantona}@di.unimi.it

Indichiamo con $V(\mathbf{G})$ l'insieme dei vertici di un dato grafo \mathbf{G} , e con $E(\mathbf{G})$ l'insieme dei suoi lati.

Definizione 1. Per $n, h \geq 0$, (i) la potenza h -esima di un cammino, indicata con $\mathbf{P}_n^{(h)}$, è un grafo con n vertici v_1, v_2, \dots, v_n tale che, per $1 \leq i, j \leq n, i \neq j$, $(v_i, v_j) \in E(\mathbf{P}_n^{(h)})$ se e solo se $|j - i| \leq h$; (ii) la potenza h -esima di un ciclo, indicata con $\mathbf{Q}_n^{(h)}$, è un grafo con n vertici v_1, v_2, \dots, v_n tale che, per $1 \leq i, j \leq n, i \neq j$, $(v_i, v_j) \in E(\mathbf{Q}_n^{(h)})$ se e solo se $|j - i| \leq h$ or $|j - i| \geq n - h$.

Ad esempio, $\mathbf{P}_n^{(0)}$ e $\mathbf{Q}_n^{(0)}$ sono grafi composti da n vertici isolati, $\mathbf{P}_n^{(1)}$ è il cammino con n vertici e $\mathbf{Q}_n^{(1)}$ è il ciclo con n vertici. Le figure 1(a) e 1(b) mostrano alcune potenze di cammini e cicli.

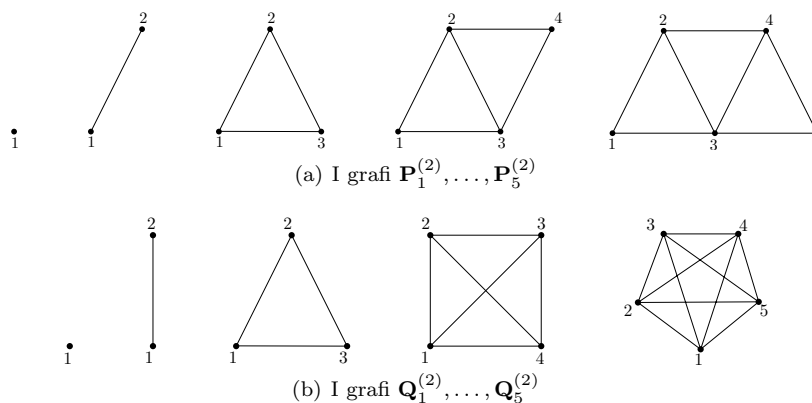


Figura 1: Alcune potenze di cammini e cicli.

Definizione 2. Un sottoinsieme indipendente di un grafo \mathbf{G} è un sottoinsieme di $V(\mathbf{G})$ che non contiene vertici adiacenti.

In questo lavoro mostriamo come Mathematica può rivelarsi un utile strumento per studiare proprietà di sottoinsiemi indipendenti di potenze di cammini e cicli. In particolare, affronteremo problemi di enumerazione su queste strutture, cercando di mettere in evidenza, anche graficamente, la corrispondenza con altri oggetti combinatori aventi la stessa numerosità. Passeremo poi allo studio delle strutture ottenibili ordinando opportunamente tutti i sottoinsiemi indipendenti di cammini e cicli. Affronteremo alcuni problemi di enumerazione su questi insiemi parzialmente ordinati e metteremo in evidenza, con l'aiuto dell'interfaccia grafica di Mathematica, la corrispondenza con strutture note come cubi di Fibonacci e Lucas.

Riferimenti bibliografici

- [1] Pietro Codara, Ottavio M. D'Antona, *On the independent subsets of powers of paths and cycles*, arXiv:1210.5561 [cs.DM] (2012)
- [2] Pietro Codara, Ottavio M. D'Antona, *Independent subsets of powers of paths, and Fibonacci cubes*, arXiv:1211.2251 [cs.DM] (2012), submitted to Electronic Notes in Discrete Mathematics